

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»**  
**Институт экономики и бизнеса**

Чувашлова М.В.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**  
**СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**  
**ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ»**

для студентов специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность», профиль  
«Финансовый учет и контроль в правоохранительных органах» всех форм обучения

Ульяновск, 2019

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Методы оптимизации производственных процессов» / составитель: М.В. Чувашлова.- Ульяновск: УлГУ, 2019.

Настоящие методические указания предназначены для студентов специальности 38.05.01 “ Экономическая безопасность” всех форм обучения, изучающих дисциплину «Методы оптимизации производственных процессов». В работе приведены литература по дисциплине, основные темы курса и вопросы в рамках каждой темы, рекомендации по изучению теоретического материала, контрольные вопросы для самоконтроля и тесты для самостоятельной работы.

Студентам заочной формы обучения следует использовать данные методические указания при самостоятельном изучении дисциплины. Студентам очной формы обучения они будут полезны при подготовке к практическим занятиям и к экзамену по данной дисциплине

Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым советом Института экономики и бизнеса УлГУ (протокол № 221/07 от 21.03.2019).

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Литература для изучения дисциплины.....	4
2. Тема 1. Аналитические методы оптимизации .....	4
3. Тема 2. Численные методы оптимизации .....	13

## 1.ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Исследование операций в экономике: учебник для академического бакалавриата / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/412529>.
2. Методы оптимизации: учебное пособие / О. А. Васильева, Е. А. Ларионов, А. Ю. Лемин, В. И. Макаров. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 96 с. — ISBN 978-5-7264-0864-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/26859.html>.

### дополнительная

3. Набатова, Д. С. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Д. С. Набатова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 292 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02699-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/432926>.
4. Зенков, А. В. Методы оптимальных решений : учебное пособие для академического бакалавриата / А. В. Зенков. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 201 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05377-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/409397>.

## 2.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### Тема 1. Аналитические методы оптимизации

#### Основные вопросы темы:

1. Сущность оптимизационных методов и задач Формы и методы бюджетного регулирования
2. Модели управления запасами
3. Сетевое планирование

#### Рекомендации по изучению темы

Вопрос 1 рассмотрен в Лекция 1 – [1, глава 1]; [2, глава 1]

Вопрос 2 изложен в Лекция 1 – [1, глава 13]; [3, п.3.3]

Вопрос 3 достаточно подробно проанализированы в Лекция 1 – [1, глава 14]; [3, п.3.5]

## **Контрольные вопросы:**

### **Вопрос 1. Сущность оптимизационных методов и задач**

В очной форме обучения по данной теме предусмотрено одно практическое занятие. В начале занятия 20 минут отводится на собеседование, закрепляющее изученный на лекциях материал. По желанию студента или по вызову преподавателя студенты выступают по каждому из вопросов, остальные дополняют и развивают сообщения своих товарищей, преподаватель резюмирует ход обсуждения. Далее обучающиеся выполняют практические задания. Задания выполняются индивидуально с последующей проверкой и обсуждением результатов. По желанию обучающихся возможно совместное выполнение заданий, тогда каждый участник группы получает одну и ту же оценку.

### ***Контрольные вопросы для собеседования:***

1. Сформулируйте понятие «оптимизации». Приведите примеры сфер деятельности, где можно использовать методы оптимизации.
2. Когда были впервые заложены математические основы оптимизации? Причины, обусловившие развитие методов оптимизации в XX веке.
3. Постановка задачи оптимизации. Условия необходимые для постановки задачи оптимизации.
4. Сущность системного подхода при постановке задачи оптимизации.
5. Как определяется целевая функция?
6. Может ли целевая функция не зависеть от одной или двух из трех переменных задачи оптимизации?
7. Как определяется допустимое решение задачи оптимизации?
8. Что называется оптимальным решением задачи оптимизации?

### ***Практические задания:***

1.

Построить область допустимых решений задачи оптимизации

$$-x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2.

Построить область допустимых решений задачи оптимизации

$$2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Является ли точка (2, 3) допустимым решением, сформулированной ниже, задачи оптимизации?

$$2x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 20 \\ 3x_1 + 8x_2 \leq 18 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

В заочной форме обучения практическое занятие по данной теме не предусмотрено, обучающиеся выполняют практические задания самостоятельно, консультируясь по мере необходимости с преподавателем. Проверка выполненных заданий проводится на консультации перед экзаменом.

### **Вопрос 2. Модели управления запасами**

В очной форме обучения по данной теме предусмотрены три практических занятия в формате кейс-стади. Кейс-стади сочетает в себе несколько методов и форм обучения (самостоятельная работа с литературой, анализ конкретных ситуаций, мозговой штурм, работа в группах и т.д.). Общие рекомендации по решению кейсов см. далее **Ошибка!** **Источник ссылки не найден..**

В кейсе по теме 3 описывается ситуация в гипотетической организации, связанная с управлением материальными запасами. Необходимо предложить свое решение проблемы, описанной в кейсе, начиная свои рассуждения от возможности применить в данной ситуации изученные модели управления запасами, и далее развивая эти идеи. На занятии происходит ознакомление с постановкой проблемы и групповое обсуждение возможных путей решения. Далее кейсы выполняются самостоятельно, консультируясь по мере необходимости с преподавателем. Детали представления решения кейса для проверки согласовываются с обучающимися при обсуждении кейсов.

В заочной форме обучения по данной теме предусмотрено два практических занятия в формате кейс-стади. Перед первым занятием преподаватель распределяет кейсы 1-3

между обучающимися. На занятии происходит ознакомление с постановкой проблемы и групповое обсуждение возможных путей решения. На втором занятии проводится проверка решения кейсов и обсуждение результатов.

### ***Кейс-стади:***

1. Распределительный центр универмага специализируется на ежедневной покупке и хранении предметов торговли, вышедших из моды. Постоянный спрос на такие предметы поступает от многочисленных торговых точек универмага. В прошлом решения относительно того, когда и сколько товара заказывать, перекладывались на отдел поставки, главная задача которого состояла в том, чтобы приобрести продукцию в достаточно больших объемах, дабы гарантировать низкие закупочные цены. Эта стратегия применялась без надлежащего рассмотрения фактора хранения продукции. Действительно, решения относительно того, сколько товара закупать, основывались на годовой стоимости спроса на товар на уровне распределительного центра. Например, если единица продукции приобретается по цене 25 долл. и в год используется 10 000 единиц, то годовая стоимость спроса на этот товар составляет 250 000 долл. Отдел поставки руководствовался основным принципом: чем выше годовая стоимость спроса на товар, тем больше его следует запасать в распределительном центре. Этот принцип затем выражался в объеме запаса продукции, который должен храниться в распределительном центре в период между пополнениями. Например, отдел поставки мог закупать заранее определенное количество продукции каждые три месяца.

Чтобы улучшить стратегию управления запасами, руководство универмага решило прибегнуть к услугам консультанта по исследованию операций. Изучив ситуацию, он пришел к выводу, что интенсивность потребления большинства видов продукции в распределительном центре с практической точки зрения является постоянной и что проводится политика отсутствия дефицита. Дальнейшее изучение показало, что стоимость хранения всех рассматриваемых видов продукции составляет один и тот же постоянный процент от закупочной цены.

Кроме того, стоимость размещения заказа для всех рассматриваемых видов продукции является одинаковой. С помощью этой информации консультант смог построить для каждого вида продукции соответствующую кривую, которая устанавливает связь годовой стоимости спроса на товар со средним временем между пополнениями товара. Эта кривая была затем использована для того, чтобы выяснить, какой продукции в настоящее время имеется излишний запас, а какой — недостаточный. Как консультант

сделал это?

2. Месячная программа изготовления деталей типа «звездочка», выпускаемых механообрабатывающим цехом, составляет 2812 шт. Детали производятся на одной из однопредметных поточных линий, установленных в цехе. В месяце 19 рабочих дней, цех работает в две смены, продолжительность смены - 8 часов. Исходными заготовками все линии обеспечивает заготовительный участок цеха. Производительность участка — 60 заготовок в час. По системе транспортеров сделанные заготовки сразу передаются на заказавшую их поточную линию, где попадают либо в дальнейшую обработку, либо на склад. Заготовки для деталей «звездочка» заказывает старший мастер линии, где они производятся. Известны затраты, обусловленные наладкой оборудования заготовительного участка - 135 руб. и затраты хранения в течение месяца каждой заготовки на складе поточной линии — 1,82 руб. Требуется разработать политику управления запасами для данного цеха.

3. Предположим, что вся деятельность в некоторой организации *CED* направлена на выпуск четырех продуктов: *A*, *B*, *B*, *Г*. Объемы производства этих продуктов соответствуют уровню потребности в них и составляют 30 тыс., 20 тыс., 4300 и 700 шт. соответственно. Цена за единицу продукции *A* и *B* — 4 у. е., за продукт *B* — 6,2 у. е. и *Г* — 6,5 у. е. На производство единицы продукции каждого вида затрачивается 0,02 трудо-часа производственных рабочих и 0,1 машино-часа. Известен уровень производственных затрат по продуктам.

Необходимо провести:

1) анализ расходов по видам деятельности традиционным способом и с использованием метода ABC;

2) сравнить системы; объяснить и конкретизировать, в каких обстоятельствах необходимо использовать каждую из систем.



Показатель	Управление машинами	Управление производственными циклами	Наладка машин	Поддержка продукции	Общие расходы, у. е.
Труд производственных рабочих с учетом дополнительных выплат		50%	45%	5%	72 000
Расходы на оргтехнику и программное обеспечение		60%		40%	25 000
Амортизация оборудования	100%				20 000
Ремонт и техническое обслуживание	100%				7500
Расходы на энергию	100%				2000
Расходы от выполнения видов деятельности, у. е.	29 500	51 000	32 400	13 600	126 500

### Вопрос 3 Сетевое планирование и управление

По данной теме в очной и заочной формах обучения предусмотрено одно практическое занятие в формате кейс-стади. Кейс-стади сочетает в себе несколько методов и форм обучения (самостоятельная работа с литературой, анализ конкретных ситуаций, мозговой штурм, работа в группах и т.д.). Общие рекомендации по решению кейсов см. далее **Ошибка! Источник ссылки не найден..**

По этой теме практическое занятие посвящено кейсу, в котором описывается ситуация в реальной организации. Необходимо предложить свое решение проблемы, описанной в кейсе, начиная свои рассуждения от возможности применить в данной ситуации изученные модели сетевого планирования и управления, и далее развивая эти идеи. На занятии происходит ознакомление с постановкой проблемы и групповое обсуждение возможных путей решения. Далее кейсы выполняются самостоятельно, консультируясь по мере необходимости с преподавателем. Детали представления решения кейса для проверки согласовываются с обучающимися при обсуждении кейсов.

#### **Кейс-стади (по материалам *onagile.ru*):**

В 1975 году небольшая фабрика одежды, которой владел Амансио Ортега Гаона, оказалась на грани банкротства по причине внезапной отмены крупного заказа, в который были вложены все оборотные средства. Найти другого покупателя на уже изготовленную продукцию не удалось, и тогда у Ортега не осталось другого выхода, кроме как продать товар самостоятельно. Это и стало причиной открытия первого розничного магазина ZARA. Из этой истории Ортега вынес главный урок, который определил будущую стратегию ZARA: «Чтобы добиться успеха, нужно одной рукой держаться за фабрику, а другой за покупателя».

В ZARA очень малый процент распродаж: более 85% товаров ZARA продает по обычной цене, в то время как у конкурентов этот показатель составляет лишь 60-70%. Этого удалось достичь благодаря использованию подхода «Точно вовремя», который был разработан в компании Toyota в 1948 году. В понятиях Toyota этот термин означает «делать только то, что необходимо, когда это необходимо, и только в необходимом количестве». Эта методика нацелена на уменьшение потерь и несоответствий, на исключение ненужных этапов рабочего процесса, что в итоге приводит к повышению продуктивности.

Термин «Точно вовремя» широко использовался в бизнес-среде в 80-х годах, но начиная с 90-х годов этот подход начали называть термином «Lean». В самостоятельной форме термин «Lean» обычно не переводится на русский, однако в словосочетаниях, таких как «Lean Production», «Lean Software Development», переводят как прилагательное: «Бережливое производство», «Бережливая разработка программного обеспечения».

Именно с помощью подхода «Точно вовремя», или «Lean», компании ZARA удалось сломать привычные правила игры в индустрии моды, обеспечив практически непрерывное обновление коллекций, и свести складские запасы к минимуму. Это значит, что если модель оказалась неудачной и не продается, то это не приводит к существенным потерям. И в то же время, если одна из моделей вдруг пользуется высоким спросом, то ZARA оперативно производит необходимое количество нужного товара.

Поток единичных изделий (One Piece Flow) — способ организации производства, предложенный Тайити Оно, главой компании Toyota. Это система, при которой изделия обрабатываются по одному либо небольшими партиями в соответствии с запросами потребителей. Поток единичных изделий является противоположным подходу массового производства:

- Массовое производство — это производство огромного количества стандартных изделий.
- Поток единичных изделий — продвижение изделий по производственной цепочке по одному в каждый момент времени.

Система массового производства фокусируется на снижении стоимости изделия путем увеличения объема: чем больше изделий мы производим в один момент времени, тем дешевле стоимость одного изделия. В то время как «Поток единичных изделий» сфокусирован на выстраивании равномерного процесса и на устранении всех видов потерь в нем. Этот подход позволяет компаниям, таким как ZARA, быть быстрыми, гибкими и реагировать на запросы потребителей гораздо быстрее и эффективнее.

В системах массового производства создается большое количество запасов, которые нужно хранить, перемещать, которые связывают капитал и увеличивают риски. Lean подход рассматривает запасы как один из видов потерь и предлагает выстраивать процесс таким образом, чтобы количество незавершенной и нереализованной продукции было минимальным.

В ZARA товар не задерживается на складе, а в магазинах запасы сведены к минимуму. Отсутствие запасов компенсируется системой оперативного заказа, быстрого производства и доставки готовой продукции в магазины. Каждый магазин дважды в неделю в строго определенное время размещает заказ, исходя из текущих потребностей. Примерно через 8 часов после размещения заказа товар уже упакован и готов к отправке со склада на северо-западе Испании. Благодаря централизованной системе логистики этот товар будет доставлен в любую точку мира в течении 48 часов.

ZARA является одним из ярчайших примеров хорошо отлаженной и устойчивой бережливой (Lean) бизнес-модели вне индустрии машиностроения. Именно благодаря использованию принципов Lean у ZARA самый высокий показатель прибыльности в модной индустрии — 28%, что в среднем в 4 раза выше, чем у конкурентов. Именно использование Lean позволило получить ключевые конкурентные преимущества, которые сделали ZARA лидером модной индустрии

Lean подход позволяет ZARA свести запасы к минимуму и производить одежду только в том объеме, который требуется. ZARA не приходится устраивать грандиозные распродажи, ZARA производит модели и цвета которые пользуются спросом, что положительно сказывается на прибыли. Однако это не единственное следствие.

В ZARA хорошо отлажен не только процесс производства и логистики, но и процесс дизайна новых моделей. С момента принятия решения о разработке новой модели до появления ее в магазинах (**Time to Market**) проходит всего 15 дней, в то время как у конкурентов это занимает 6 месяцев. Такая скорость произвела настоящую революцию в мире моды. Классический подход подразумевает обновление коллекций один раз в сезон. Коллекцию заранее разрабатывают, затем производят большими партиями, затем доставляют в магазины. В ZARA все совсем не так: модели обновляются постоянно, в среднем ZARA создает около 1000 новых моделей каждый месяц. Такой подход получил свое название — **Fast Fashion**, и он позволяет компании всегда оставаться в модном тренде.

Парадигма скорости пришла на смену парадигме масштабов. Если раньше для победы в конкурентной борьбе нужно было укрупняться, то сейчас на первый план выходит

скорость. ZARA не переносила свое производство в Китай, как это делало большинство компаний. Такой перенос позволил бы снизить себестоимость изделий, но время поставки при этом бы увеличилось. В парадигме **Big** перенос производства в Китай — это отличное решение: пусть чуть дольше, зато дешевле. В Zara думают по-другому: в парадигме **Fast** такой перенос несет больше вреда, чем пользы.

ZARA быстро поняла, что модные тренды очень сложно предсказать. Поэтому, когда ZARA заказывает текстиль у своих поставщиков, часть текстиля заказывается без определенного цвета. Цвет определяется, когда ZARA получит реальные данные о предпочтениях покупателей.

ZARA также постоянно получает информацию о предпочтениях покупателей с помощью современных IT-решений, которые позволяют дизайнерам находить новые тренды и предсказывать поведение покупателей.

Процесс дизайна в ZARA сфокусирован на потребителях больше, чем вы можете себе представить. Это яркий пример методики непрерывных улучшений (Kaizen).

Каждый вечер менеджеры розничных магазинов отправляют информацию о поведении покупателей в информационный центр. Эта информация обрабатывается и передается дизайнерам, которые на основе полученной информации вносят улучшения и создают отличные модели.

В базе данных хранится информация как о покупках, так и о возвратах моделей. Это очень важная информация, так как она позволяет очень быстро принять решение о доработке либо о снятии модели с продаж. Например, покупатели жалуются на быстрое вытирание рукава на одной из моделей кардигана. В этом случае дизайнер либо дорабатывает модель, либо на общем собрании принимают решение, что модель в целом неудачная, и ее снимают с продажи.

«Узнай реальные потребности заказчика, как можно быстрее создай продукт, удовлетворяющий этим потребностям. Сокращай время поставки (Time to Market), не делай лишнего, получай обратную связь как можно раньше». Все это принципы **Agile**, которые применимы во всех областях человеческой деятельности. И ZARA — это один из примеров воплощения этих принципов на практике.

Представьте, что вы консультант-аналитик, и к вам обратился менеджер ZARA, ответственный за своевременный выпуск новой коллекции, желающий улучшить качество планирования и снизить риски. Какие методы и модели сетевого планирования и управления вы можете ему посоветовать?

## **Тема 2: Численные методы оптимизации**

### **Основные вопросы темы:**

1. Основы численных методов оптимизации
2. Нелинейное программирование
3. Многокритериальная оптимизация

### **Рекомендации по изучению темы**

Вопрос 1 рассмотрен в Лекция 1 – [2, глава 2], Лекция 2 – [1, п.10.3-10.4]

Вопрос 2 изложен в Лекция 1 – [1, глава 9, глава 10], Лекция 2 – [1, глава 10, глава 11]

Вопрос 3 достаточно подробно проанализированы в Лекция 1 – [3, глава 4], Лекция 2 – [3, глава 4]

### **1. Основы численных методов оптимизации**

В очной форме обучения по данной теме предусмотрено одно практическое занятие, на котором обучающиеся выполняют практические задания. Задания выполняются индивидуально с последующей проверкой и обсуждением результатов. По желанию обучающихся возможно совместное выполнение заданий, тогда каждый участник группы получает одну и ту же оценку.

#### ***Практические задания:***

1. Записать общую схему и вычислительные формулы для нахождения экстремума функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

- А) градиентным методом
- Б) методом золотого сечения
- В) методом деления отрезка пополам

2. Записать общую схему и вычислительные формулы для нахождения экстремума функции  $z = 2xy - 4x - 2y$ ,  $z = Ax^{q_1}y^{q_2}$  методом Ньютона.

В заочной форме обучения практическое занятие по данной теме не предусмотрено, обучающиеся выполняют практические задания самостоятельно, консультируясь по мере необходимости с преподавателем. Проверка выполненных заданий проводится на консультации перед экзаменом.

### **Вопрос 2. Нелинейное программирование**

В очной форме обучения по данной теме предусмотрено одно практическое занятие, на котором обучающиеся выполняют практические задания. Задания выполняются индивидуально с последующей проверкой и обсуждением результатов. По желанию

обучающихся возможно совместное выполнение заданий, тогда каждый участник группы получает одну и ту же оценку.

В заочной форме обучения практическое занятие по данной теме не предусмотрено, обучающиеся выполняют практические задания самостоятельно, консультируясь по мере необходимости с преподавателем. Проверка выполненных заданий проводится на консультации перед экзаменом.

### ***Практические задания:***

1. В 4-тонный самолет загружаются предметы трех наименований. Приведенная ниже таблица содержит данные о весе одного предмета  $w_i$ , (в тоннах) и прибыли  $r_i$ , (в тысячах долларов), получаемой от одного загруженного предмета. Как необходимо загрузить самолет, чтобы получить максимальную прибыль?

Предмет $i$	$w_i$	$r_i$
1	2	31
2	3	47
3	1	14

2. Некто планирует инвестировать  $C$  тыс. долл. через фондовую биржу в течение последующих  $n$  лет. Инвестиционный план состоит в покупке акций в начале года и продаже их в конце этого же года. Накопленные деньги затем могут быть снова инвестированы (все или их часть) в начале следующего года. Степень риска инвестиции представлена тем, что прибыль имеет вероятностный характер. Изучение рынка свидетельствует о том, что прибыль от инвестиции зависит от  $m$  условий рынка (благоприятных или неблагоприятных). При этом условие  $i$  приводит к прибыли  $r_i$ , с вероятностью  $p_i$ ,  $i=1,2, \dots, n$ . Как следует инвестировать  $C$  тыс. долл. для наибольшего накопления к концу  $n$  лет?

Составьте общую схему решения задачи и решить ее при условиях: объем инвестиции составляет  $C=10\,000$  долл. на 4-летний период. Существует 40%-ная вероятность того, что вы удвоите деньги, 20%-ная — останетесь при своих деньгах и 40%-ная — потеряете весь объем инвестиции.

### **Вопрос 3 Многокритериальная оптимизация**

В очной форме обучения по данной теме предусмотрено одно практическое занятие, на котором обучающиеся выполняют практические задания. Задания выполняются индивидуально с последующей проверкой и обсуждением результатов. По желанию

обучающихся возможно совместное выполнение заданий, тогда каждый участник группы получает одну и ту же оценку.

В заочной форме обучения практическое занятие по данной теме не предусмотрено, обучающиеся выполняют практические задания самостоятельно, консультируясь по мере необходимости с преподавателем. Проверка выполненных заданий проводится на консультации перед экзаменом.

***Практические задания:***

1. Найдите Парето-оптимальную границу и оптимальное решение методом обобщенного критерия ( $\alpha_1=3, \alpha_2=1$ )

$$\begin{aligned} f_1 &= 3x_1 + x_2 \rightarrow \max; \\ f_2 &= x_1 + x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 26, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 42, \\ x_1 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

2. Найдите Парето-оптимальную границу и компромиссное решение методом идеальной точки

$$\begin{aligned} f_1 &= 4x_1 + x_2 \rightarrow \max; \\ f_2 &= x_1 + 3x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \leq 5, \\ x_2 \leq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

3. Найдите решение методом приоритетов. В качестве приоритетного выберите первый критерий.

$$\begin{aligned} f_1 &= 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max; \\ f_2 &= 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 36, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 28, \\ 5x_1 - x_2 \leq 25, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

4. Найдите решение методом уступок. Для начального решения выберите первый критерий, величина уступки – 6 единиц:

$$f_1 = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max;$$

$$f_2 = 5x_1 + 5x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 90, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$